

УДК 539.3:620.22-022.53:004.89

КОМБІНОВАНИЙ ПІДХІД ДО ТОПОЛОГІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ГРАТЧАСТИХ МЕТАМАТЕРІАЛІВ

А. Я. Здобиський¹, О. М. Станкевич², Н. В. Муляк³

¹Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
вул. Клепарівська, 35, м. Львів, 79000, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8044-9593>
E-mail: andrii.zdobytskyi@ldubgd.edu.ua

²Національний університет «Львівська політехніка»,
вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5977-6351>
E-mail: olena.m.stankevych@lpnu.ua

³Національний університет «Львівська політехніка»,
вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3752-9467>
E-mail: nazarii.v.muliak@lpnu.ua

Розроблено узагальнений підхід топологічної оптимізації ґратчастих метаматеріалів на основі інтеграції методів гомогенізації, числової топологічної оптимізації та алгоритмів машинного навчання для прогнозування ефективних пружних характеристик структурних комірок. Інтеграція згорткових нейронних мереж у процедуру топологічної оптимізації сприяла уникненню повторного виконання ресурсоемних чисельних симуляцій. Результати числового моделювання об'ємно-центрованих та гранично-центризованих кубічних ґратчастих структур підтверджують ефективний перерозподіл кінетичної енергії в межах структури та підвищення її стійкості до імпульсних навантажень. Встановлено, що оптимізована комірка може акумулювати механічну енергію та передавати її між сусідніми елементами структури, а відтак сприяти зменшенню локальної концентрації напружень. Запропонований підхід зменшує обчислювальну складність задачі синтезу ґратчастих метаматеріалів і підвищує ефективність автоматизованого проектування структур із заданими фізико-механічними властивостями.

***Ключові слова:** топологічна оптимізація; ґратчасті структури; метаматеріали; машинне навчання; гомогенізація.*

Постановка проблеми. Ґратчасті структури належать до класу метаматеріалів, які характеризуються цілеспрямованим формуванням внутрішньої геометрії з метою керування їхніми фізико-механічними характеристиками за умови збереження зовнішньої форми конструкції. Параметрична керованість, топологічна варіативність і можливість адаптивної модифікації мікроструктури забезпечують здатність таких матеріалів ефективно акумулювати, перерозподіляти та передавати механічну енергію. Через поєднання значної питомої міцності, енергопоглинальної здатності та структурної стабільності їх розглядають як перспективну основу для створення композитних метаматеріалів із заданими експлуатаційними властивостями.

Вагомим чинником інтенсифікації досліджень у цьому напрямку є розвиток адитивних технологій виробництва, які уможливають виготовлення складної просторової ґратчастої архітектури матеріалу з високим ступенем геометричної деталізації. Адитивне виробництво дає змогу реалізовувати конфігурації, недосяжні для традиційних методів механічної обробки, що суттєво розширює проєктні можливості у галузі матеріалознавства. Водночас незважаючи на значний технологічний прогрес, проблема повної автоматизації процесів синтезу та оптимального проєктування ґратчастих структур із наперед заданими фізико-механічними характеристиками залишається актуальною.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Із позицій механіки параметри ґратчастих структур залежать від геометрії поперечного перерізу елементів, конфігурації та взаємного розташування вузлів каркасної системи, які під час формування топології можна модифікувати, додавати або вилучати. Для формалізації й оптимізації такого процесу застосовують методи топологічної оптимізації (ТО) – математичний апарат раціонального розподілу матеріалу в межах заданої розрахункової області з метою досягнення необхідних механічних характеристик конструкції [1–3]. До найпоширеніших підходів ТО належать метод штрафування для твердого ізотропного тіла (Solid Isotropic Material with Penalization, SIMP), метод рівневих множин (Level Set Method, LSM) та метод еволюційної структурної оптимізації (Evolutionary Structural Optimization, ESO). Кожний із цих підходів орієнтований на розв’язання певного класу задач оптимального проєктування [1, 4].

Окремий напрям сучасних досліджень формують методи

багатомасштабної ТО, які забезпечують можливість одночасної оптимізації макроструктури конструкції та синтезу мікроструктури з заданими локальними властивостями. Зокрема, особливе значення має метод гомогенізації, який дає змогу визначати ефективні механічні характеристики елементарної комірки на основі відповідних тензорних параметрів і формувати нові конфігурації ґратчастої структури з наперед заданими властивостями [5–7].

Водночас суттєвим обмеженням більшості підходів ТО залишається висока обчислювальна складність ітераційних процедур, що обмежує їх застосування для структур із великою кількістю параметрів і значним рівнем геометричної деталізації.

Перспективним напрямом подолання цих обмежень є інтеграція методів машинного навчання у процедури ТО [8–10]. Зокрема, алгоритми кластеризації дають змогу здійснювати декомпозицію однорідних ґратчастих структур на функціонально спеціалізовані кластери з різними механічними властивостями. Застосування автокодувальників і глибоких нейронних мереж забезпечує прогнозування фізико-механічних характеристик окремих кластерів без повторного виконання ресурсоємних чисельних симуляцій. Додаткове використання нейромережевих моделей сприяє підвищенню точності та швидкості апроксимації механічних відгуків структур у широкому діапазоні навантажень. Узагальнену структуру алгоритму генерації та оптимізації ґратчастих комірок із використанням методів машинного навчання наведено на рис. 1.

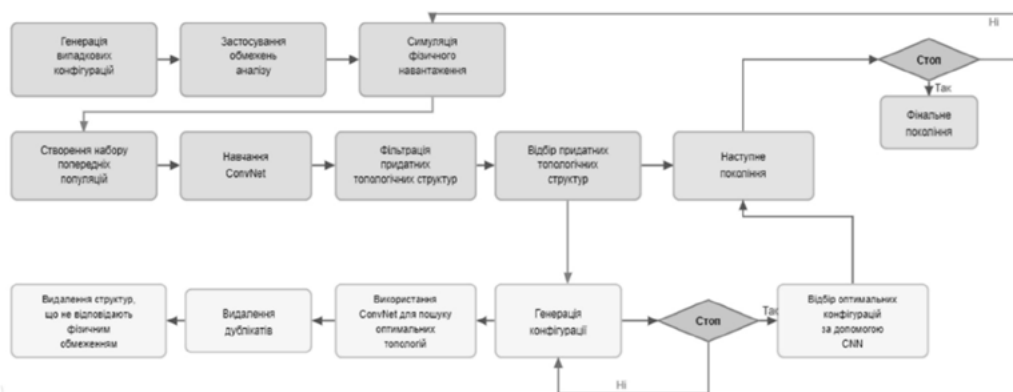


Рис. 1 Схема алгоритму топологічної оптимізації ґратчастих структур із застосуванням машинного навчання

Водночас наявні підходи мають суттєві обмеження щодо узагальненості, фізичної узгодженості та масштабованості, що зумовлює актуальність подальших досліджень у цьому напрямі.

Метою дослідження є розроблення комбінованого підходу до топологічної оптимізації ґратчастих метаматеріалів на основі інтеграції методів гомогенізації, числової топологічної оптимізації та алгоритмів машинного навчання для прогнозування ефективних пружних характеристик ґратчастих структур.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для досягнення поставленої мети насамперед необхідно визначити основні етапи алгоритму та сформувати узагальнену структурну схему, яка допоможе логічно впорядкувати послідовність обчислювальних процедур. Запропонований підхід доцільно поділити на дві взаємопов'язані частини (рис. 2).

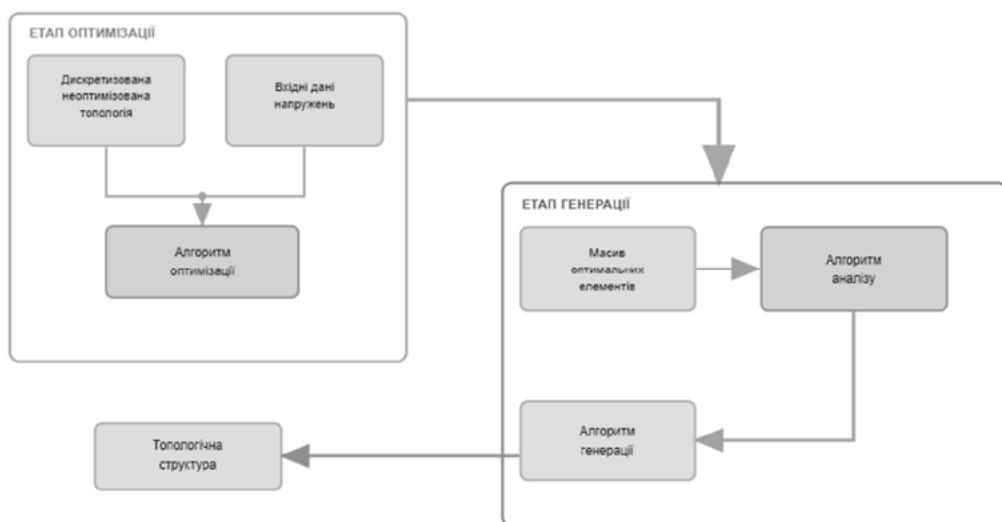


Рис. 2 Логічна модель алгоритму генерації структурної комірки

На першому етапі відбувається оптимізація початкової сітчастої моделі на основі базового набору фізико-механічних параметрів, у результаті чого формується первинна оптимальна конфігурація в межах заданих обмежень. Другий етап передбачає використання отриманих результатів оптимізації для формування нової конфігурації ґратчастої структури, яка може слугувати оновленим оптимізаційним кластером для початкової топологічної сітки, що забезпечує ітераційне вдосконалення архітектури матеріалу. Перевагою запропонованого алгоритму є можливість виконання необхідних обчислень у

паралельному режимі, використовуючи декілька обчислювальних контейнерів, у межах яких реалізуються незалежні процедури аналізу та генерації структурних конфігурацій, що забезпечує підвищення продуктивності та скорочення тривалості розрахунків.

Наступним етапом є визначення параметра ініціалізації процесу оптимізації. Однією з найпоширеніших характеристик ґратчастих структур є пружна властивість окремої комірки. Основною метою її оптимізації є мінімізація еквівалентної жорсткості окремої структурної комірки, що сприяє підвищенню ефективності перерозподілу навантаження в межах усієї конструкції та забезпечує формування інформативного набору даних для подальшого їх аналізу із використанням згорткової нейронної мережі. Раніше нами запропоновано методику використання генетичного алгоритму, доповненого згортковою нейронною мережею, для ТО метаматеріалів [11]. У дослідженні показано, що засоби випадкової генерації можуть виявляти унікальні конфігурації ґратчастих решіток та пропонувати варіанти, які не дають стандартні методи оптимізації. Однак точність системи прогнозування суттєво залежить від якості навчальних вибірок, що потребує подальшого вдосконалення методики.

У механіці суцільних середовищ взаємозв'язок між напруженнями та деформаціями описує узагальнений закон Гука [12]. Для лінійно-пружного матеріалу цей закон можна записати через тензор жорсткості у вигляді:

$$\sigma = D \varepsilon \quad (1)$$

де σ – тензор напружень (2-го рангу), D – тензор жорсткості матеріалу (4-го рангу), ε – тензор малих деформацій (2-го рангу).

Якщо в межах аналізу як базовий прототип розглядати двовимірний ізотропний матеріал або тонку пластину (плоский напружений стан), то враховуючи рівність нулю напружень вздовж осі Oz ($\sigma_{zz}=0$), рівняння (1) через модуль Юнга E та коефіцієнт Пуассона ν набере вигляду

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Із рівняння (2) прямий функціональний зв'язок між напруженнями та деформаціями через матрицю пружної жорсткості D дає змогу розглядати її як узагальнений параметр у задачі пружної оптимізації, а також як узагальнений

критерій для порівняння властивостей суцільних матеріалів і комірок ґратчастих структур.

Оскільки визначення механічних характеристик ґратчастих метаматеріалів пов'язане зі складною геометрією їхньої мікроструктури, на наступному етапі застосовуємо метод гомогенізації. Метод гомогенізації ґрунтується на асимптотичному розкладі макроскопічних величин і передбачає заміну складної топологічної структури еквівалентним однорідним матеріалом з ефективними механічними властивостями, що значно зменшує обчислювальні витрати (рис. 3). У цьому випадку проєктну область дискретизують на окремі елементи з призначеними параметрами матеріалу, після чого визначають ефективні (усереднені) характеристики матеріалу. Застосування такого підходу дає змогу оптимізувати розподіл матеріалу в межах конструкції та визначити раціональну конфігурацію структури відповідно до заданих критеріїв, зокрема мінімізації маси або максимізації жорсткості за відповідних обмежень.

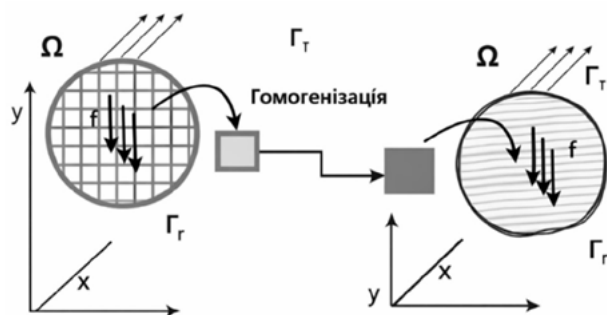


Рис. 3 Концепція гомогенізації коміркового матеріалу

У методі гомогенізації однією з головних характеристик матеріалу є відносна густина, яка характеризує співвідношення між густиною ґратчастого та суцільного матеріалу і суттєво впливає на ефективні фізико-механічні властивості структури. Процедура гомогенізації складається з декількох послідовних етапів. На першому етапі виконується аналіз матеріалу та його подання у вигляді мікроструктури на мікроскопічному рівні [4]. Другий етап полягає у визначенні ефективних властивостей еквівалентного однорідного матеріалу на основі відповідних математичних співвідношень. За результатами чисельного аналізу до елементарної комірки застосовують тестові граничні умови, що дає змогу визначити її ефективні механічні характеристики та оцінити реакцію структури на задані навантаження [13–17].

Результати досліджень. Після побудови математичної моделі та обґрунтування базових методів топологічної оптимізації виконано аналіз типів комірок гратчастих структур, придатних для формування оптимальної архітектури метаматеріалу. Встановлено, що геометричні параметри комірок можна формалізувати та параметризувати в межах єдиної математичної моделі, що дає змогу класифікувати гратчасті структури за їх геометричною будовою та ефективними фізико-механічними характеристиками за заданих умов навантаження. За такого підходу гратчасті структури розглядають як клас архітектурованих матеріалів, властивості яких визначаються не лише характеристиками базового матеріалу, а й геометрією їх внутрішньої топології.

Відомо, що прості гратчасті структури, зокрема кубічні, тетраедральні та гексагональні комірки, формують регулярні тривимірні ґратки з передбачуваною механічною поведінкою [18]. Водночас їхня геометрична простота обмежує можливості подальшої модифікації та топологічної оптимізації. Натомість структури складної просторової організації, такі як гексагонально щільно упаковані системи та каркасні архітектури, мають більшу геометричну варіативність і забезпечують ширші можливості для адаптивної модифікації внутрішньої архітектури.

У межах поставленої задачі необхідно забезпечити компроміс між геометричною складністю і керованістю механічних властивостей структури та можливістю керування її ефективними механічними властивостями. Особливої актуальності це набуває у біомедичних застосуваннях, де решітчасті структури використовуються для створення матеріалів для імплантації або тканинних каркасів. У таких випадках внутрішня архітектура матеріалу повинна забезпечувати не лише необхідну механічну жорсткість, а й високий рівень біосумісності та стабільність під дією механічних і корозійних навантажень. На рис. 4 подано приклади комірок, згенерованих під час оптимізації.

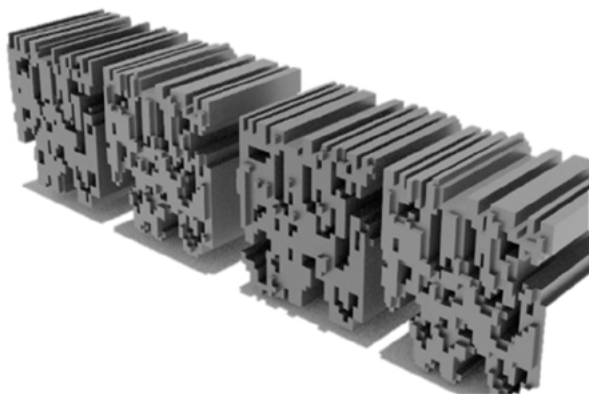


Рис. 4 Згенеровані комірки гратчастої структури

Для подальшого аналізу та моделювання внутрішньої архітектури гратчастих структур виконано їх дискретизацію у вигляді воксельного поділу (рис. 5а), що спростило обчислювальний процес і підвищило ефективність чисельного аналізу методами скінчено-елементного моделювання.

Хоча кубічні гратчасті структури, зокрема об'ємноцентровані та гранецентровані, придатні для багатьох біомедичних застосувань, у кожному конкретному випадку необхідно враховувати специфічні вимоги до функціональних властивостей матеріалу. Наприклад, у задачах тканинної інженерії, систем постачання лікарських засобів або регенеративної медицини доцільні пористі структури чи індивідуально спроектовані каркасні системи. Вибір архітектури залежить від таких параметрів, як біосумісність, механічні характеристики та функціональне призначення біомедичного виробу чи матеріалу.

Для підвищення ефективності оптимізації застосували згорткову нейронну мережу [11], яка дає змогу прогнозувати оптимальні зони використання різних типів комірок у межах загальної топології структури. Такий підхід забезпечує адаптивну зміну локальної архітектури матеріалу відповідно до розподілу навантажень і фізико-механічних характеристик, що сприяє раціональному розподілу матеріалу та підвищенню ефективності структурної організації гратчастої архітектури. Як критерій оптимізації використано функціонал пружної податливості структури, мінімізація якого відповідає підвищенню її загальної конструктивної жорсткості:

$$C = \frac{1}{2} U^T K U$$

де C – функціонал пружної податливості конструкції; K – глобальна матриця жорсткості системи; U – вектор вузлових переміщень.

Метод штрафування для твердого ізотропного тіла (Solid Isotropic Material with Penalization, SIMP) є одним із поширених підходів топологічної оптимізації, що забезпечує вдосконалення складних конструкцій шляхом раціонального перерозподілу матеріалу в межах заданої проєктної області. У методі SIMP проєктна область дискретизується на скінченні елементи, кожен з яких може відповідати одній із двох фаз матеріалу: суцільному матеріалу (умовно позначається «1») або порожнині (умовно позначається «0»). Основою методу є використання штрафувальної інтерполяційної схеми, у якій густина матеріалу кожного елемента задається безперервною змінною в діапазоні від 0 до 1, що визначає частку суцільного матеріалу в межах відповідного елемента.

Для інтерполяції властивостей матеріальну скористались співвідношенням:

$$E(p_i) = E_0 \cdot \rho_i^p \quad (7)$$

де E_0 – модуль Юнга базового (суцільного) матеріалу; ρ_i – відносна густина матеріалу i -го скінченного елемента ($0 \leq \rho_i \leq 1$), що визначає частку матеріалу в межах елемента; p – показник штрафування (пеналізації).

Вибір коефіцієнта p визначається пружними характеристиками досліджуваного набору ґратчастих структур. Шляхом обчислення низки співвідношень модулів пружності отримують вихідні дані, необхідні для формування базової комірки ґратчастої структури заданого типу (рис. 5б). На основі отриманих залежностей визначається оптимальне значення коефіцієнта p для спеціалізованих типів комірок ґратчастих структур, зокрема для об'ємно-центрованих і ґране-центрованих.

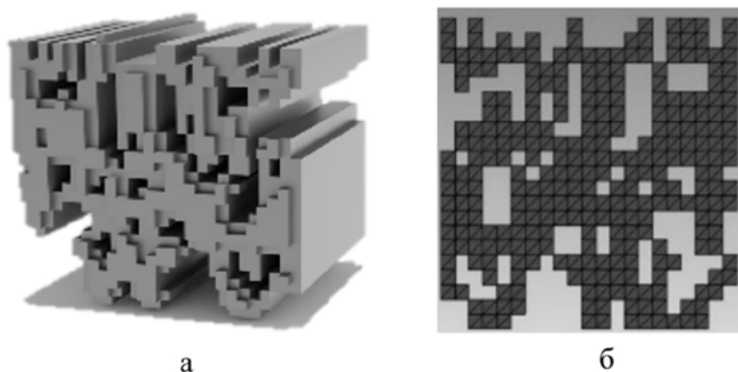


Рис. 5 Виділений воксель комірки ґратчастої структури (а) та його 2D-проекція (б).

Після визначення параметра p для відповідних типів комірок формується дискретна обчислювальна сітка, яка надалі підлягає оптимізації та доопрацюванню. У разі оновлення вихідного набору даних процедуру можна повторно узгодити, що дає змогу згенерувати нову оптимальну конфігурацію ґратчастої структури.

Відтворення ґратчастої структури, орієнтоване на оптимізацію її пружних характеристик, передбачає проведення системного аналізу та цілеспрямованої модифікації внутрішньої архітектури з метою підвищення опору матеріалу механічним деформаціям за умови збереження його конструктивної цілісності.

Застосування відповідних підходів забезпечує можливість дослідження оптимізованих ґратчастих структур із використанням спеціалізованих алгоритмів і програмних засобів чисельного моделювання. Отримані результати підлягають узагальненню та порівняльному аналізу для визначення перспективних напрямів подальшого вдосконалення методів оптимізації.

На рис. 6 показано розподіл ефективних напружень в оптимізованій ґратчастій структурі з алюмінієвого сплаву, спричинених короткочасним імпульсним кінетичним навантаженням. Зокрема, із рисунка можна ідентифікувати ділянки з підвищеною механічною стійкістю, а також області, здатні ефективно акумулювати та передавати кінетичну енергію між структурними елементами метаматеріалу.

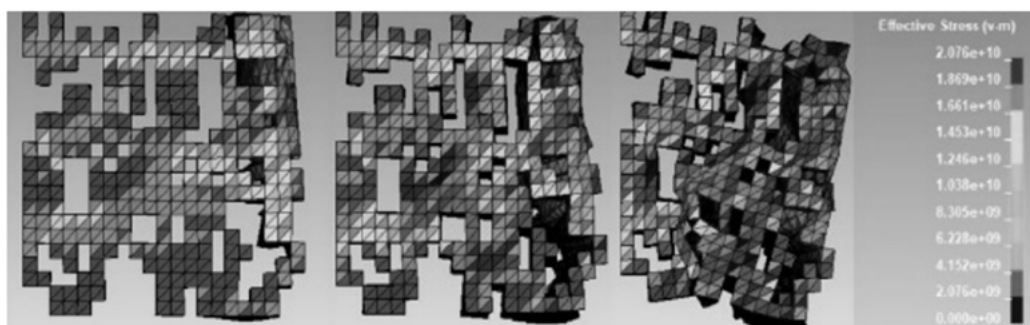


Рис. 6 Розподіл ефективних напружень у комірковій структурі, спричинених імпульсним кінетичним навантаженням

Із наведених результатів візуалізації встановлено, що досліджувана комірка здатна акумулювати значну кількість кінетичної енергії протягом короткого проміжку часу, що відповідає функціональному призначенню обраної топологічної конфігурації. Оптимізація геометрії структури

забезпечує її здатність ефективно сприймати імпульсні навантаження підвищеної інтенсивності протягом обмеженого часу.

Подальший перерозподіл накопиченої енергії між суміжними комірками забезпечує її рівномірне розсіювання в межах структури, що сприяє передачі ударного навантаження на більшу площу та запобіганню локальній концентрації енергії. Такий механізм підвищує стійкість матеріалу до різних видів напружено-деформованого стану (рис. 7).

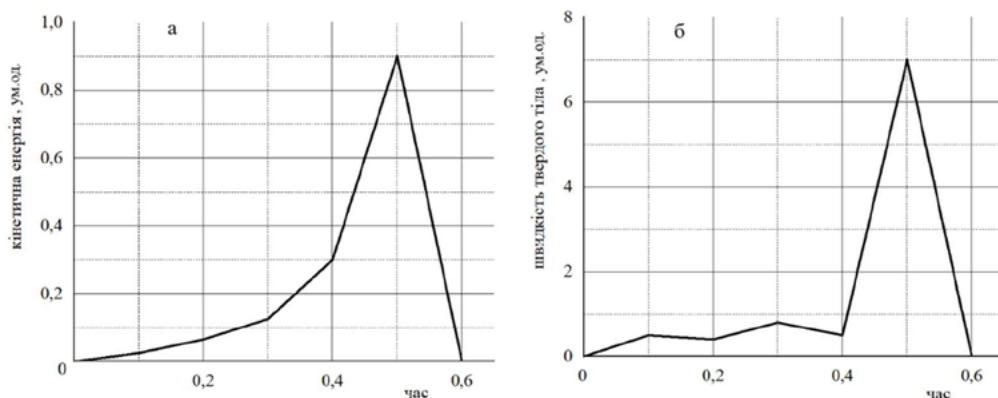


Рис. 7 Залежності кінетичної енергії (а) та швидкості комірки (б) від часу за імпульсного кінетичного навантаження

Висновки. Розроблено комбінований підхід до топологічної оптимізації ґратчастих метаматеріалів, який базується на інтеграції методу SIMP, гомогенізації та згорткових нейронних мереж і реалізується у двоетапній ітераційній процедурі (оптимізація → генерація нової топології). Формалізація задачі через мінімізацію функціонала пружної податливості забезпечує керовану еволюцію геометричної конфігурації комірок.

За результатами чисельного моделювання ґратчастих структур встановлено їхню здатність до ефективного акумулювання, перерозподілу та просторового розсіювання кінетичної енергії під дією імпульсних навантажень, що супроводжується зниженням локальних концентрацій напружень і підвищенням стійкості матеріалу. Використання SIMP-інтерполяції забезпечує раціональний розподіл матеріалу в межах проєктної області.

Запропонований підхід формує теоретико-методологічну основу для цілеспрямованого синтезу метаматеріалів із заданими фізико-механічними

властивостями та підвищеною енергопоглинальною здатністю. Водночас обмеження, пов'язані з залежністю точності від якості навчальних вибірок і складністю масштабування на тривимірні задачі, визначають необхідність подальшої експериментальної верифікації та розвитку фізично узгоджених моделей машинного навчання.

Список використаних джерел

1. Zdobytskyi A., Lobur M., Panchak R., Sika R., Kalinowski K. Increasing the Strength of Materials by Topological Optimization Methods. 2021 IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM), Lviv, Ukraine, 2021: proc. P. 6–9.
2. Li Y., Qui W., Liu Z., Liu Y., Xia L. A multi-material topology optimization approach to hybrid material structures with gradient lattices. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2024. Vol. 425. Article number 116969.
3. Zhang C., Liu J., Yuan Z., Xu S., Zou B., Li L., Ma Y. A novel lattice structure topology optimization method with extreme anisotropic lattice properties. *Journal of Computational Design and Engineering*. 2021. Vol. 8, no. 5. P. 1367–1390.
4. Maconachie T., Leary M., Lozanovski B., Zhang X., Qian M., Faruque O., Brandt M. SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges. *Materials & Design*. 2019. Vol. 183. Article number 108137.
5. Allaire G., Cavallina L., Miyake N., Oka T., Yachimura T. The homogenization method for topology optimization of structures: old and new. *Interdisciplinary Information Sciences*. 2019. Vol. 25, no. 2. P. 75–146.
6. Ypsilantis K. I., Kazakis G., Lagaros N. D. An efficient 3D homogenization-based topology optimization methodology. *Computational Mechanics*. 2021. Vol. 67. P. 481–496.
7. Jia H., Duan S., Zhang Z., Yen Ch.-Ch., Lu W., Lei H. Homogenization-based topology optimization for self-supporting additive-manufactured lattice-infilled structure. *Materials & Design*. 2024. Vol. 245. Article number 113264.
8. Ji Z., Li D., Liao W., Xie Y. M. AI-aided design of multiscale lattice metastructures for controllable anisotropy. *Materials & Design*. 2023. Vol. 223. Article number 111254.
9. Suzuki A., Nakatani H., Kobashi M. Machine learning surrogate modeling toward the design of lattice-structured heat sinks fabricated by additive manufacturing. *Materials & Design*. 2023. Vol. 230. Article number 111969.
10. Abueidda D. W., Almasri M., Ammourah R., Ravaioli U., Jasiuk I. M., Sobh N. A. Prediction, and optimization of mechanical properties of composites using convolutional neural networks. *Composite Structures*. 2019. Vol. 227. Article number 111264.
11. Muliak N., Zdobytskyi A., Łukaszewicz A. Performance analysis of CNN-enhanced genetic algorithm for topological optimization in metamaterial design. *Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика*. 2024. № 6, Вип. 3. С. 1–8.
12. Трохимчук П. П. Механіка суцільних середовищ. Луцьк: Вежа-Друк, 2018. 166 с.

13. Bieler S., Weinberg K. Energy absorption of sustainable lattice structures under static compression. *Meccanica*. 2025. Vol. 60. P. 2533–2547.

14. Wu J., Wang X., Zhang Y. Data-driven numerical homogenization for predicting effective mechanical properties of composite materials. *Composite Structures*. 2023. Vol. 304. Article number 116410.

15. Almesmari A., Barsoum I., Abu Al-Rub R. K. Topology optimised novel lattice structures for enhanced energy absorption and impact resistance. *Virtual and Physical Prototyping*. 2024. Vol. 19, no. 1. e2361463.

16. Dabashi A., Rahimi G. A comprehensive investigation of the lattice structure mechanical properties based on Schwarz Primitive triply periodic minimal surface: elastic modulus, yield strength, and maximum bearing force in the elastic region. *International Journal of Solids and Structures*. 2024. Vol. 295. Article number 112776.

17. Yuan R., Yuan S., Liu Z., Peng X. Machine learning in predicting effective mechanical properties of composite materials: a review. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021. Vol. 381. Article number 113821.

18. Olivas-Alanis L. H., Fraga-Martinez A. A., Garcia-López E., Lopez-Botello O., Vazquez-Lepe E., Cuan-Urquizo E., Rodriguez C. A. Mechanical properties of AISI 316L lattice structures via laser powder bed fusion as a function of unit cell features. *Materials*. 2023. Vol. 16, no. 3. Article number 1025.

References

1. Zdobytskyi, A., Lobur, M., Panchak, R., Sika, R., & Kalinowski K. (2021). Increasing the Strength of Materials by Topological Optimization Methods. *2021 IEEE 16th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM), Lviv, Ukraine, 2021* (p. 6–9).

2. Li, Y., Qui, W., Liu, Z., Liu, Y., & Xia, L. (2024). A multi-material topology optimization approach to hybrid material structures with gradient lattices. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 425, Article number 116969.

3. Zhang, C., Liu, J., Yuan, Z., Xu, S., Zou, B., Li, L., & Ma, Y. (2021). A novel lattice structure topology optimization method with extreme anisotropic lattice properties. *Journal of Computational Design and Engineering*, 8(5), 1367–1390.

4. Maconachie, T., Leary, M., Lozanovski, B., Zhang, X., Qian, M., Faruque, O., & Brandt, M. (2019). SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges. *Materials & Design*, 183, Article number 108137.

5. Allaire, G., Cavallina, L., Miyake, N., Oka, T., & Yachimura, T. (2019). The homogenization method for topology optimization of structures: old and new. *Interdisciplinary Information Sciences*, 25(2), 75–146.

6. Ypsilantis, K. I., Kazakis, G., & Lagaros, N. D. (2021). An efficient 3D homogenization-based topology optimization methodology. *Computational Mechanics*, 67, 481–496.

7. Jia, H., Duan, S., Zhang, Z., Yen, Ch.-Ch., Lu, W., & Lei, H. (2024). Homogenization-based topology optimization for self-supporting additive-manufactured lattice-infilled structure. *Materials & Design*, 245, Article number 113264.
8. Ji, Z., Li, D., Liao, W., & Xie, Y. M. (2023). AI-aided design of multiscale lattice metastructures for controllable anisotropy. *Materials & Design*, 223, Article number 111254.
9. Suzuki, A., Nakatani, H., & Kobashi, M. (2023). Machine learning surrogate modeling toward the design of lattice-structured heat sinks fabricated by additive manufacturing. *Materials & Design*, 230, Article number 111969.
10. Abueidda, D. W., Almasri, M., Ammourah, R., Ravaioli, U., Jasiuk, I. M., & Sobh, N. A. (2019). Prediction and optimization of mechanical properties of composites using convolutional neural networks. *Composite Structures*, 227, Article number 111264.
11. Muliak, N., Zdobyskyi, A., & Łukaszewicz, A. (2024). Performance analysis of CNN-enhanced genetic algorithm for topological optimization in metamaterial design. *Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика*, 6(3), 1–8.
12. Трохимчук П. П. (2018). Механіка суцільних середовищ. Луцьк: Вежа-Друк, 2018.
13. Bieler, S., & Weinberg, K. (2025). Energy absorption of sustainable lattice structures under static compression. *Meccanica*, 60, 2533–2547.
14. Wu, J., Wang, X., & Zhang, Y. (2023). Data-driven numerical homogenization for predicting effective mechanical properties of composite materials. *Composite Structures*, 304, Article number 116410.
15. Almesmari, A., Barsoum, I., & Abu Al-Rub, R. K. (2024). Topology optimised novel lattice structures for enhanced energy absorption and impact resistance. *Virtual and Physical Prototyping*, 19(1), e2361463.
16. Dabashi, A., & Rahimi, G. (2024). A comprehensive investigation of the lattice structure mechanical properties based on Schwarz Primitive triply periodic minimal surface: elastic modulus, yield strength, and maximum bearing force in the elastic region. *International Journal of Solids and Structures*, 295, Article number 112776.
17. Yuan, R., Yuan, S., Liu, Z., & Peng, X. (2021). Machine learning in predicting effective mechanical properties of composite materials: a review. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 381, Article number 113821.
18. Olivas-Alanis, L. H., Fraga-Martinez, A. A., Garcia-López, E., Lopez-Botello, O., Vazquez-Lepe, E., Cuan-Urquizo, E., & Rodriguez, C. A. (2023). Mechanical properties of AISI 316L lattice structures via laser powder bed fusion as a function of unit cell features. *Materials*, 16(3), Article number 1025.

DOI 10.32403/2411-9210-2026-1-55-50-65

A COMBINED APPROACH TO TOPOLOGICAL OPTIMIZATION OF LATTICE METAMATERIALS

A. Ya. Zdobytskyi¹, O. M. Stankevych², N. V. Muliak³

¹ *Lviv State University of Life Safety,
Ukraine, Lviv, Kleparivska str., 35, 79000
E-mail: andrii.zdobytskyi@ldubgd.edu.ua*

² *Lviv Polytechnic National University,
Ukraine, Lviv, S. Bandery str., 12, 79000
E-mail: olena.m.stankevych@lpnu.ua*

³ *Lviv Polytechnic National University,
Ukraine, Lviv, S. Bandery str., 12, 79000
E-mail: nazarii.v.muliak@lpnu.ua*

A generalized approach to the topology optimization of lattice metamaterials based on the integration of homogenization methods, numerical topology optimization, and machine learning algorithms for predicting the effective elastic characteristics of structural cells has been obtained. It has been established that the application of the SIMP method and homogenization techniques enables the formalization of the lattice structure optimization problem through the minimization of elastic compliance using the effective stiffness tensor. An algorithmic scheme for the generation and optimization of lattice cells has been developed, incorporating stages of numerical analysis, neural-network-based prediction, and iterative formation of new topological configurations.

To predict the effective mechanical properties of homogenized structures, the integration of convolutional neural networks into the topology optimization procedure has been implemented, which made it possible to avoid repeated computationally expensive numerical simulations. The results of numerical modeling of lattice structures of BCC and FCC types have been obtained and confirm the effective redistribution of kinetic energy within the structure and an increased resistance to impulsive loads. It has been shown that the optimized cell can accumulate mechanical energy and transfer it between neighboring structural elements, which contributes to the reduction of local stress concentrations. It follows that the application of machine learning algorithms in combination with topology optimization methods significantly reduces the computational complexity of the

lattice metamaterial synthesis problem and improves the efficiency of automated design of structures with predefined physical and mechanical properties.

Keywords: *topology optimization; lattice structures; metamaterials; machine learning; homogenization.*

Стаття надійшла до редакції 20.04.2026

Received 20.04.2026